

Verslagen van de

STUDIEGROEP

WISKUNDE MET DE INDUSTRIE 2006

55th European Study Group with Industry

30 januari tot 3 februari 2006, in Eindhoven

Bennie Mols

8 december 2006

VOORWOORD

Deze proceedings zijn een verslag van de achtste Studiegroep Wiskunde met de Industrie, die van 30 januari tot 3 februari 2006 werd gehouden in Eindhoven. Tijdens deze week hebben de 70 deelnemers zich gebogen over zes problemen die door buitenstaanders zijn aangedragen.

Er was een grote variëteit van problemen. Voor ASML hebben de wiskundigen de mogelijkheden verkend om de software van de wafersteppers modulair te maken. Hoeveel kost de extra complexiteit die het gevolg is van de veelheid aan combinaties van moduulversies? Met het bedrijf Chess hebben de wetenschappers het gedrag en de betrouwbaarheid van een bepaald soort netwerken bestudeerd: ongestructureerde draadloze netwerken tussen zenders met weinig geheugen en weinig processorcapaciteit.

DSM ontwikkelt een verpakkingsfolie die zuurstof niet alleen tegenhoudt maar zelfs actief absorbeert. De deelnemers hebben zich gebogen over de vraag hoe de absorptiekernen het beste te verdelen zijn—in kleine bolletjes, in grote bolletjes, in lagen, of weer anders. Het Nederlands Meetinstituut schotelde de deelnemers een raadsel voor: de maten van een cylinder, een belangrijk onderdeel van een drukmeter, worden nu door verschillende nationale meetinstellingen in Europa verschillend verwerkt. Leveren deze verschillende manieren ook verschillende resultaten? En welke manier is het beste?

Het bedrijf Nucletron is betrokken bij bestraling van prostaatcancer met in naalden verwerkte stralingsbronnen. De wiskundigen hebben methoden uit de beeldverwerking gebruikt om zulke naalden te detecteren tijdens een prostaatoperatie. Met de aramidevezels van Teijin Twaron en DSM worden onder andere kogelwerende vesten gefabriceerd. De gebruiker wil van zo'n vest weten voor welk soort schoten hij vrijwel veilig is; de gebruikelijke tests geven echter geen antwoord op deze vraag. Kan in de meetgegevens toch een partieel antwoord gevonden worden?

Deze proceedings bestaan uit twee delen, die als twee losse boekjes zijn uitgebracht. Dit eerste deel, dat in het Nederlands is geschreven, is gericht op een algemeen publiek. Op basis van interviews met de betrokkenen heeft Bennie Mols een fraai beeld geschetst van zowel de uitdagingen waar de deelnemers voor gesteld werden als de oplossingen die zij bedachten.

Het tweede deel is geschreven voor een wetenschappelijk publiek, en is daarom in het Engels gesteld. Hierin doen de deelnemers zelf verslag van hun bevindingen, vergezeld van alle overwegingen en details.

Mark Peletier
namens de organisatie van SWI 2006

De Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2006, en de verslagen ervan, zijn tot stand gekomen met steun van

het programma Wiskunde Toegepast (NWO/STW)
EURANDOM

de Technische Universiteit Eindhoven

het Centrum voor Wiskunde en Informatica in Amsterdam

de Stichting Industriële en Toegepaste Wiskunde

het European Consortium for Mathematics in Industry

INHOUDSOPGAVE

Inhoudsopgave	iii
1 Metingen onder druk	1
2 Kogelwerende wiskunde	7
3 Verdeel de software en verover de markt	11
4 Op zoek naar luchtdichte verpakkingsfolie	17
5 Zoeken naar een naald in een prostaat	21
6 Roddelende branddetectoren	27

METINGEN ONDER DRUK

Drukmeters moeten steeds nauwkeuriger kunnen meten. Om ze te kalibreren, gebruikt het Nederlands Meetinstituut een zeer precieze zuiger-cilinderdrukstandaard. De methode waarmee deze de druk bepaalt, lijkt eenvoudig, maar er zit een gevaarlijke adder onder het gras. Wiskundigen spoorden die adder op en geven een tip voor een nog nauwkeurigere meting.

Metten is weten. Maar dan moet je wel weten dat je nauwkeurig meet. Je wilt kunnen vertrouwen op je meetapparaat. Een horloge gaat na verloop van tijd verkeerd lopen. Zo kun je makkelijk je trein missen. Als je een kilogram kaas koopt, wil je er wel van op aan kunnen dat de weegschaal van de kaasboer je niet bedriegt. Als je vloerbedekking voor je woonkamer koopt, wil je wel dat je kunt vertrouwen op de maatlat waarmee je je woonkamer opmeet. Lengte, tijd en gewicht zijn belangrijke meetgrootheden.

Een andere belangrijke meetgrootte is de druk. Druk is de kracht op een oppervlak gedeeld door de grootte van het oppervlak. Neem de luchtdruk. Lucht heeft een gewicht en dat drukt op een oppervlak. De trommelvliezen in je oren merken dat wanneer je bijvoorbeeld met een kabelbaan in de bergen omhoog of omlaag gaat. Hoe hoger in de bergen, hoe lager de luchtdruk. Een typische waarde van de luchtdruk in Nederland is duizend hectoPascal, wat weer gelijk is aan duizend millibar.

Drukmetingen spelen een belangrijke rol in het voorspellen van het weer, in de luchtvaart, maar ook in industriële processen. Industrieën automatiseren steeds meer van hun processen en gebruiken automatische drukmeters om die processen te controleren en te regelen. Die drukmeters moeten nauwkeurig en stabiel zijn. Afhankelijk van de toepassing, wordt er bijvoorbeeld gebruik gemaakt van barometers (voor de luchtdruk), manometers (bijvoorbeeld op een fietspomp), drukbalansen, digitale drukmeters of vacuümmeters. Een perfect vacuüm bestaat niet, dus er is altijd wel enige druk, hoe klein ook.

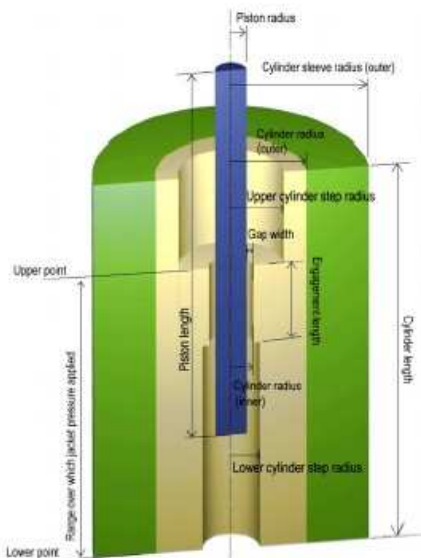
Als een bedrijf of instelling in Nederland wil weten hoe nauwkeurig en betrouwbaar zijn meetapparaat is, dan kan het zijn meetapparaat laten controleren door het Nederlands Meetinstituut (NMI) in Delft. Jos Verbeek van

het NMI: “Wij kalibreren het meetapparaat en geven een certificaat af waarop staat hoe betrouwbaar het meetapparaat is, wat de afwijkingen zijn. De klant kan daar vervolgens voor corrigeren.”

Diverse Europese landen hebben ieder hun eigen nationale meetinstituut. Om drukmeters van klanten te kalibreren, gebruiken ze ieder hun eigen nauwkeurige drukmeters. De Europese organisatie van verzamelde nationale meetinstituten, EUROMET, kwam met het idee om de drukstandaarden van zes van die Europese instituten (Duitsland, Frankrijk, Italië, Turkije, Slowakije en Nederland) te vergelijken. Ieder instituut bleek een iets andere methode te gebruiken om de druk van hun drukstandaarden te bepalen. Verbeek: “Wij wilden graag weten wat de verschillen zijn tussen die methoden en of we onze eigen methode kunnen verbeteren.”

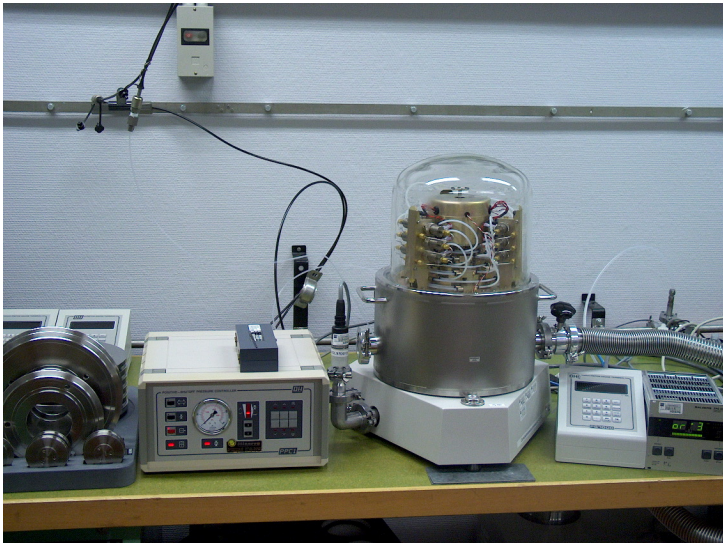
Zuiger gefopt

De drukstandaarden die de meetinstituten wilden vergelijken, bestaan uit een zuiger die in een cilinder schuift. De cilinder is gevuld met een gas of een vloeistof. Een gas wordt gebruikt voor de meting van relatief kleine drukken. Dan gaat het meestal om droge lucht, stikstof of helium. Een vloeistof wordt gebruikt voor de meting van relatief hoge drukken. Een vloeistof laat zich immers moeilijk samendrukken, waardoor al snel een grote druk wordt opgebouwd onder de zuiger. Als vloeistof wordt meestal olie gebruikt.



De druk wordt bepaald door een bekende massa te plaatsen op de zuiger. De druk is dan de kracht die op het zuigeroppervlak werkt gedeeld door het zuigeroppervlak. In de ideale wereld lijkt dat een fluitje van een cent. Maar in de praktijk zit er altijd een smalle opening tussen zuiger en cilinder in. Als de zuiger omlaag wordt gedrukt, stroomt er een beetje gas of vloeistof omhoog. Zo wordt de zuiger meer tegengewerkt dan alleen door het gas of de vloeistof die onder de zuiger zit. Het probleem is nu om een goede methode te verzinnen die bij een gegeven massa op de zuiger, op de nauwkeurigste manier de druk berekent.

De druk die de drukstandaard bepaalt, wordt door de extra tegenwerking van het gas of de vloeistof in de smalle opening iets groter, dan de druk van alleen het gas of de vloeistof onder het zuigeroppervlak. De druk die je echt wilt weten is dus iets kleiner dan de druk die je zou verwachten op grond van



De NMI-opstelling met de zuiger-cilinderdrukstandaard

het gewicht van de zuiger die erop drijft. Daarvoor moet je het meetapparaat corrigeren. Omdat de druk wordt berekend als de kracht op de zuiger gedeeld door het zuigeroppervlak, kun je de echte druk berekenen door een iets groter zuigeroppervlak aan te nemen. Dat heet een *effectief zuigeroppervlak*. De uitdaging is nu om een goede formule op te stellen die dat effectief zuigeroppervlak berekent. Om dat uit te zoeken leverde het NMI aan de wiskundigen van de Studiegroep een serie meetdata, inclusief de bijbehorende meetfouten, van de zes Europese instituten die aan het vergelijkingsproject meededen.

Scheve stukken

De wiskundigen onderzochten allereerst in hoeverre de zes methoden van zes Europese meetinstituten van elkaar verschillen. “Het bleek dat vijf van de zes methoden weliswaar een iets andere formule gebruiken, maar dat ze in essentie hetzelfde achterliggende natuurkundige model gebruiken om het effectieve oppervlak te berekenen”, vertelt wiskundige Jan Draisma van de TU Eindhoven. “Het NMI-model bleek af te wijken van de andere vijf modellen. We zijn toen gaan uitzoeken waar dat aan lag en welke gevolgen dat heeft.”

Het NMI-model meet op dertien hoogten de diameter van de zuiger en de cilinder met een nauwkeurigheid van vijftig nanometer (een nanometer is een miljoenste millimeter, ofwel een miljardste meter). Daaruit volgt dan de grootte van het bijbehorende oppervlak. De cilinder is natuurlijk overal ietsje breder dan de zuiger, maar allebei zullen ze niet op elke hoogte even breed zijn, want in de echte wereld bestaat geen perfectie. Op elke hoogte bepaalt het NMI dan een gemiddelde. Het effectieve oppervlak berekenen ze door het

gemiddelde van al die gemiddelden te berekenen. Intuïtief is dat een prima methode.

De adder onder het gras zit in het feit dat omdat cilinder en zuiger niet perfect glad zijn, het gas of de vloeistof in de tussenopening zo nu en dan langs een scheef oppervlak stroomt. Draisma: “De NMI-methode blijkt subtiele effecten hiervan niet in de formule mee te nemen. Om dat wel te doen, is het nodig om met een wiskundige vergelijking de stroming van het gas of de vloeistof door de nauwe opening uit te rekenen. Hieruit volgt dan de extra druk die deze stroming op de zuiger veroorzaakt. Het blijkt belangrijk om rekening te houden met de druk die het gas of de vloeistof uitoefenen op de stukken zuiger en cilinder die een beetje scheef staan. En die stukken zijn er altijd in de niet-perfecte wereld.”

Daaruit kan dan het effectieve zuigeroppervlak worden berekend. Bij een perfecte zuiger en cilinder reikt het effectieve oppervlak tot het midden van de opening. Maar in werkelijkheid zal dat niet het geval zijn. Waar de andere vijf Europese meetinstituten dit effect wel meenemen, doet het NMI dit niet. Dat verklaart de verschillen tussen de NMI-resultaten en die van de andere instituten. “Wij bevelen het NMI daarom ook aan om een methode te gebruiken die dat stromingseffect wel helemaal meeneemt”, zegt Draisma.

Een tweede belangrijke aanbeveling zit in een betere methode om aan te geven hoe betrouwbaar de drukmeting is. Een meting gebeurt immers altijd met een bepaalde onnauwkeurigheid. De druk is bijvoorbeeld 1000 millibar ± 1 millibar. Een professioneel meetinstrument geeft altijd een specificatie voor de meetnauwkeurigheid.

Draisma: “Tot nu toe beschouwde het NMI de afwijkingen die ze op de dertien hoogten meten voor de diameters van cilinder en zuiger als meetfouten. Maar dat zijn ze niet. Het blijkt namelijk dat je veel preciezer de diameters kunt meten, dan dat de fabrikant de zuiger en de cilinder kan maken. Dat inzicht hebben we gebruikt om een nauwkeuriger foutinterval te bepalen.”

Wereldrecord drukmeting

Jos Verbeek van het NMI is tevreden met de resultaten. “We nemen de aanbevelingen van de wiskundigen zeker over. Bovendien laten we een afstudeerstudent wiskunde zich verder buigen over dit complexe meetprobleem. Het laatste woord over de wiskundige aanpak ervan is nog niet gezegd.”

Hoe nauwkeurig doen de drukmeters van de meetinstituten het? “Het wereldrecord nauwkeurige drukmetingen ligt momenteel op 0,0005%”, aldus Verbeek. “En dat is akelig nauwkeurig. Het doel is zelfs om naar 0,0001% te gaan. Maar dan zijn we zeker tien jaar verder. Bij het NMI halen we nauwkeurigheden tussen 0,003% en 1%, afhankelijk van de toepassing. Die 1% geldt bijvoorbeeld voor vacuümmetingen.”

Het zuiger-cilindersysteem dat de wiskundigen bestudeerden, haalt een nauwkeurigheid van $4 \cdot 10^{-4}$ tot 0,07 millibar of hectoPascal. Dat zijn typische nauwkeurigheden die nodig zijn voor het kalibreren van drukmeters uit indu-

striële processen. Bij vacuümmetingen liggen de nauwkeurigheden in de orde van 10^{-8} tot 10^{-10} millibar of hectoPascal, maar die metingen gebeuren met andere apparatuur. Bij het meten van hele hoge drukken, speelt trouwens weer een heel ander probleem. Dan gaan zuiger en cilinder door de hoge druk zelf een beetje vervormen. Ook dat effect moet dan weer worden verrekend.

Metten is niet automatisch weten. Maar in ieder geval leidt goed meten wel tot meer weten.

Internetreferenties:

www.nmi.nl Nederlands Meetinstituut

KOGELWERENDE WISKUNDE

Kogelwerende vesten zijn nooit perfect. Schiet er maar hard genoeg op, en de kogel gaat er toch doorheen. Fabrikanten zoeken voortdurend naar nog betere kogelwerende eigenschappen van de supersterke vezels in hun vesten. Een betere statistische analyse van de schiettests op de vesten is daarvoor essentieel.

Wat doe je als je in je beroep de kans loopt om getroffen te worden door een rondvliegende kogel? Je wapent je met een kogelvrij vest om je borstkas heen. En dat is wat politieagenten, militairen, beveiligingsagenten en journalisten in de vuurlinie dan ook doen.

Maar de term ‘kogelvrij’ belooft veel meer dan de praktijk waarmaakt. In werkelijkheid is een kogelvrij vest een kogelwerend vest. Er is altijd wel een snelheid waarbij de kogel toch door het vest heen gaat. Maar hoe beter het vest, hoe moeilijker de kogel doordringt: de doordringingssnelheid van de kogel ligt hoger. Een werkelijk kogelvrij vest is wel mogelijk, maar wordt te dik en te zwaar om als politieagent of militair nog goed in te functioneren.

Tot voor kort bestonden kogelwerende vesten grotendeels uit metaal, en daardoor waren ze relatief zwaar. Dat veranderde met de uitvinding van supersterke lichte vezels (op moleculair niveau bestaande uit stijve, zeer langgerekte moleculen, zogeheten polymeren). Nu bestaan de kogelwerende vesten uit meerdere lagen van deze vezels. Een belangrijke fabrikant van zulke vezels, is het bedrijf Teijin Twaron B.V, een af-



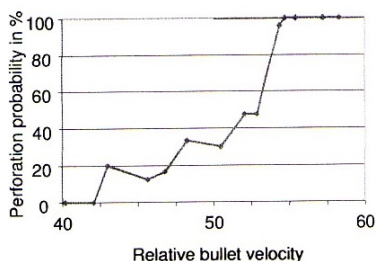
Een kogel—afgeschoten van links—die in het kogelwerend vest is blijven steken. Goed te zien zijn ook de verschillende lagen waaruit het vest bestaat.
(credit: Teijin Twaron)

splitsing van Akzo-Nobel. Dezelfde vezels versterken trouwens ook legerhelmen en de bepantsering van voertuigen en straaljagers.

Kogel afgevuurd met 430 m/s

Twaron zoekt voortdurend naar nieuwe productiemethoden om kogelwerende vesten te verbeteren. Liefst moeten ze nog lichter en sterker worden. Voor dit onderzoek test het bedrijf kogelwerende vesten. Standaard gebeurt dat door op een vest zes kogels met dezelfde snelheid af te schieten. Dit wordt herhaald voor in totaal zeven vesten van hetzelfde type.

De makkelijkste manier om vesten van een verschillend type te vergelijken, is om voor elk type de kogelsnelheid te bepalen waarbij vijftig procent van de kogels door het vest heen dringt. Dat heet de V_{50} . Hoe hoger de V_{50} , hoe beter het vest. De praktijktest werkt als volgt. De eerste kogel wordt afgevuurd met een snelheid waarvan het bedrijf denkt dat deze in de buurt van de V_{50} ligt. De volgende kogels worden iets sneller of iets langzamer geschoten, zodanig dat er in totaal drie kogels doorheen dringen en drie worden tegengehouden. Een typische waarde voor een V_{50} is 430 meter per seconde. “Maar”, zo laat Aad Schaap van Teijin Twaron weten, “de precieze snelheid is afhankelijk van de vereiste minimale bescherming.”



Vesten verkopen door de V_{50} als keurmerk te geven, is publicitair niet zo handig. Immers, geen politieagent of militair wil weten wanneer de helft van de kogels door zijn vest heen gaat. Dat is veel te veel. Twaron wil daarom weten bij welke kogelsnelheid slechts een op de honderd kogels (1%) doordringt: de V_{01} . Deze snelheid ligt uiteraard lager dan de

V_{50} . V_{01} is typisch iets van 350 meter per seconde, maar ook hier hangt de exacte snelheid af van de vereiste bescherming. Zowel V_{50} als V_{01} gebruikt de fabrikant om de kogelwerende vesten in diverse kwaliteitsklassen in te delen.

De NAVO heeft een standaardmethode opgesteld om de V_{50} te bepalen. Producenten en gebruikers hebben echter aangegeven dat deze test tot onnauwkeurige resultaten leidt. De methode levert voor identieke vesten verschillende resultaten voor V_{50} . Daarnaast bestaat er momenteel geen betrouwbare methode om de V_{01} te bepalen. Schaap: “Het bezwaar van de huidige V_{01} -standaard is dat deze met relatief weinig schoten wordt bepaald. Door het ontbreken van een betrouwbaarheidsinterval weten we dan ook niet hoe goed dat getal is. Maar dat moeten we wel weten als we zeker willen zijn dat een nieuw ontwikkeld vest beter is.”

Help ons bij de ontwikkeling van een goede statistische methode voor de bepaling van V_{50} en V_{01} , zo was de vraag van Twaron aan de Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2006.

Slimme curvefitting

Na een paar dagen puzzelen ontdekten de wiskundigen een betere methode om de V_{50} te schatten. Hoe hangt de kans op doordringing af van de snelheid waarmee een kogel is afgevuurd? Dat is steeds de algemene achterliggende vraag. Een sterker vest zal een kleinere doordringingskans geven bij een bepaalde snelheid dan een zwakker vest.

“In de eenvoudigste aanpak gingen we uit van een wiskundige functie met een gegeven globale vorm”, legt Marco Bijvank van de Vrije Universiteit in Amsterdam uit. “Hoe hoger de schotsnelheid, hoe groter de doordringingskans. De functie moet dus continu stijgen met toenemende schotsnelheid. Twee vrije parameters in die functie leggen de precieze loop van de functie vast. Gegeven de meetpunten die aangeven bij welke snelheid een kogel wel of niet door het vest heen gaat, is dan de opgave om die twee parameters te bepalen zodanig dat de functie het beste past bij de metingen. Is de functie eenmaal bekend, dan geeft deze ook de snelheid die bij een bepaalde doordringingskans hoort.”

Een andere aanpak gaat niet uit van een gegeven vorm van de doordringingsfunctie, maar probeert een curve te vinden waarvan de vorm helemaal niet vaststaat, maar die het beste past bij de meetpunten. Hierbij doemt het probleem op dat het geregeld voorkomt dat een kogel met een hogere snelheid volgens de metingen toch een kleinere doordringingskans had. Dat kan gebeuren als er niet genoeg metingen zijn gedaan. Bij voldoende metingen heeft een kogel met een hogere snelheid immers altijd een grotere doordringingskans.

De wiskundigen kunnen dit oplossen door eerst op een slimme manier de meetdata te masseren en dan de beste functie te bepalen, of door een slimme methode te kiezen die toch een gladde en continu stijgende functie door de meetdata heen haalt.

Er zit nog een kleine adder onder het gras in de analyse van de schietresultaten. Wanneer op hetzelfde vest zes kogels met dezelfde snelheid worden afgevuurd, blijkt de kans dat een kogel erdoorheen schiet af te hangen van het schotnummer. Dat is niet wat je verwacht. Immers, in eerste instantie verwacht je dat als je op hetzelfde vest kogels met exact dezelfde snelheid afvuurt, ze alle een gelijke kans hebben het vest te doorboren.

“Na een inslag door een kogel verandert het kogelwerende vest”, legt Schaap uit. “Dit betekent dat de kans om een vest te doorboren bij volgende schoten iets anders wordt. Afhankelijk van het vest en de gekozen kogel kan de doordringingskans voor de volgende schoten zowel hoger als lager uitvallen. In de praktijk moet een vest altijd beoordeeld worden nadat er met meerdere kogels op is geschoten. Als het schotnummer invloed heeft op de doordringingskans, dan moet de statistische methode die we willen ontwikkelen daar rekening mee houden.”

Doordringingsdiepte meenemen

Veel lastiger dan de bepaling van V_{50} is die van V_{01} . Toch ontwikkelden de wiskundigen naast een betere methode om V_{50} te bepalen, ook een nieuwe meetprocedure om uit de V_{50} de V_{01} te schatten. Zonder extra experimenten blijkt het niet mogelijk om uit de V_{50} een betrouwbare V_{01} te schatten. Het probleem is dat de V_{01} zo laag is dat er geen metingen bij zijn gedaan. Het is immers de snelheid waarbij slechts een op de honderd kogels door het vest heen schiet. Er zouden dus honderden vesten en duizenden afgevuurde kogels nodig zijn om uit een experiment een betrouwbare V_{01} te bepalen. Dat is veel te duur en onpraktisch. Dus moet er een slimme methode komen om V_{01} indirect te schatten.

Bijvank: “Die slimmere methode is mogelijk door te kijken naar hoe diep een enkele kogel in het vest doordringt. Op die manier geeft een kogel niet alleen de informatie of hij wel of niet door het vest heen gaat, maar ook hoe diep hij in het vest doordringt in het geval hij niet door het hele vest heen schiet. Deze extra informatie kan gebruikt worden om V_{01} te schatten.”

Toch is Schaap niet overtuigd dat dit echt helpt: “Het is zeker nog niet aangetoond dat het zinvol is die informatie mee te nemen, maar het is wel een van de opmerkingen die we in de toekomst nader gaan onderzoeken.”

Internetreferenties:

www.twaron.com Doorklikken naar ballistics/vests

www.kennislink.nl/web/show?id=147171 “Oorlog om een vezel”

www.win.tue.nl/swi2006/ Studiegroep Wiskunde & Industrie 2006

VERDEEL DE SOFTWARE EN VEROVER DE MARKT

Apparaten die computerchips fabriceren, draaien op een kolossaal softwareprogramma. Drie tot vier maal per jaar verschijnt er een nieuwe versie. Is het niet handiger het programma in stukken te hakken? Elk stuk kan dan nog sneller als nieuwe versie op de markt verschijnen. Grote vraag: wat is dan het optimale aantal stukken?

Het Veldhovense bedrijf ASML is een van de grootste producenten ter wereld van lithografiemachines: machines die computerchips produceren. Deze machi-



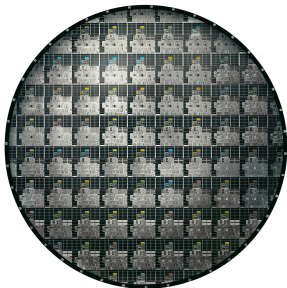
Een ASML Twinscan lithografiemachine. Duidelijk zichtbaar is het lichtpad door de enorme lens met al zijn elementen. Onderin zijn de twee waferposities te zien (vandaar de term Twin in de naam). In de eerste positie worden de wafers opgemeten en in de tweede worden ze belicht. (Credit: ASML)

nes schrijven met licht van verschillende (kleine) golflengten structuren op een siliciumschijf, de *wafel*. Hoe kleiner de golflengte van het licht, des te kleiner de structuren. Eén enkele *wafel* bestaat uit een aaneengesloten patroon van dezelfde computerchips. Grote chipfabrikanten zoals Intel en Motorola maken gebruik van de ASML-machines.

De chipindustrie is zeer dynamisch. Al enkele decennia verdubbelt het aantal transistoren op een computerchip elke twee jaar. De chipfabrikanten willen snel inspelen op nieuwe ontwikkelingen. Bij de lithografiemachines levert ASML een softwarepakket voor de aansturing ervan. Om te voldoen aan de steeds veranderende eisen van de markt (nieuwe machines en nieuwe functies), vernieuwt het bedrijf dat softwarepakket drie tot vier maal per jaar. De tijd tussen het begin van de ontwikkeling van een nieuw pakket en het moment dat het op de markt verschijnt, is ongeveer negen maanden.

Het installeren van de nieuwe software op een lithografiemachine is kostbaar. Elk uur dat de machine stil staat, kost de chipfabrikant duizenden euro's. Om die reden willen niet alle afnemers van de machines elke nieuwe versie installeren. Dat betekent voor ASML dat er wereldwijd verschillende oudere versies circuleren van hun software. En het bedrijf wil die allemaal blijven ondersteunen. Bovendien hebben afnemers vaak helemaal geen behoefte aan een nieuwe versie van de *complete* software, maar zijn ze alleen geïnteresseerd in een nieuwe versie van een *deel* van de software.

Twintig miljoen regels code



Een siliciumwafer met computerchips (Credit: Intel). Een ASML-lithografiemachine brengt met licht de structuren aan op zo'n siliciumwafer.

“Ons huidige softwarearchief bestaat uit ruwweg twintig miljoen regels code”, vertelt Joost Smits van ASML. In de loop van de ruim twintig jaar dat het bedrijf bestaat is die code telkens weer aangepast en verbeterd. Het bedrijf heeft momenteel vijfhonderd man in dienst alleen voor het softwaregedeelte van de machines. “Elke machine bestaat uit subsystemen die met elkaar moeten kunnen praten”, legt Smits uit. “Bijvoorbeeld de lens, de laser en de tafel met de *wafel* waarop de chipstructuren worden geschreven. Maar in de software zit nu alles aan alles vast. We zouden op dit moment niet eens in staat zijn om van elk subsysteem

een nieuwe softwareversie op de markt te brengen. De komende twee jaar willen we daarom het softwarearchief in onafhankelijke stukken hakken.”

Daarom wil ASML uitzoeken of het loont om het softwarearchief op te delen in modules, die het bedrijf ieder afzonderlijk in vernieuwde versie op de markt kan brengen. Het idee is dat een vernieuwde module sneller op de markt

kan worden gebracht dan een vernieuwd compleet pakket, simpelweg omdat de module kleiner is. De voordelen van dit idee lijken echter groter dan ze zijn.

De ontwikkelingstijd neemt inderdaad af met afnemende grootte van een module. Maar voor de testtijd van een module geldt iets gecompliceerders. Voor een deel van de tests die ASML uitvoert, neemt de testtijd af met afnemende modulegrootte. Dat is logisch. Maar er zijn ook tests die een standaardlengte hebben, onafhankelijk van de modulegrootte. Voor dat testdeel neemt de tijd razendsnel toe als er meer modules komen. Omdat het bedrijf ook alle oude versies ondersteunt, moet elke nieuwe module ook getest worden in een omgeving van alle oude versies van alle andere modules.

De ontwikkelingstijd plus de testtijd samen bepalen de marktintroductietijd: hoe snel na het ontwikkelingsbegin een module op de markt verschijnt. De opgave is nu om uit te zoeken wat het optimale aantal modules is, waarbij die marktintroductietijd minimaal is. Dat blijkt een gecompliceerd wiskundig probleem te zijn.

Drie modules optimaal

“Het grote probleem is dat het optimale aantal modules zo sterk afhangt van welke aannames je doet”, vertelt wiskundige Jacques Resing van de TU Eindhoven. “Het hangt af van de grootte van de modules. Hebben alle modules gelijke grootte, of verschillen die? Ga je uit van gelijkblijvende mankracht om de modules te testen, of neem je meer mankracht in dienst. Ook hangt het af van hoe populair een bepaalde module is. Afhankelijk van de precieze aannames die we doen, vinden we andere oplossingen. Daarom zijn we voorzichtig met het trekken van harde conclusies.”

Om het probleem te vereenvoudigen, namen de wiskundigen aan dat alle modules dezelfde grootte hebben, dat de beschikbare capaciteit gelijk blijft, en dat bekend is hoeveel vraag er naar een bepaalde module is. Zo namen ze als voorbeeld aan dat de populairste module twee maal zo populair is dan de een-na-populairste, en drie maal zo populair als de twee-na-populairste, enzovoort. “Dat is een soort wetmatigheid die je in de praktijk wel vaker vindt”, zegt Resing. “Bijvoorbeeld bij de populariteit van webpagina’s of bij het vóórkomen van veelgebruikte woorden in teksten.”

Onder deze aannames is de voornaamste conclusie dat de marktintroductietijd minimaal is voor drie modules. “We hebben gerekend aan een paar voorbeelden”, legt Resing uit. “Dan zien we dat als je van 1 naar 2 naar 3 modules gaat, de marktintroductietijd bij elke stap afneemt. Maar hak je de software in meer dan drie stukken, dan begint de marktintroductietijd juist snel toe te nemen. Dat komt omdat je elke nieuwe module steeds moet testen tegen alle oude versies van alle andere modules. Dan weegt de kortere ontwikkeltijd voor een kleinere module niet langer op tegen de steeds langer wordende testtijd.”

Wat betekent het in drie stukken hakken voor het aantal nieuwe versies dat dan per jaar op de markt kan verschijnen? Resing: “Een populaire module kan zo’n vijf tot zes keer per jaar uitkomen. De klant gaat er dus op vooruit, omdat

hij sneller nieuwe eigenschappen in de software heeft dan in de oude situatie. Voor een minder populaire module is een of twee maal per jaar genoeg.”

Het optimale aantal modules blijkt sterk af te hangen van hoe populair diverse modules zijn. Het kan ook zijn dat er een groot verschil is tussen hoeveel vraag er is naar de populairste module en naar de minst populaire module. En wel een veel groter verschil dan in de wetmatigheid die ook voor de populariteit van webpagina's blijkt te gelden. In dat geval kan het optimale aantal modules zelfs toenemen tot vijf. De minst populaire module hoeft dan maar eens in de drie jaar te worden vernieuwd, de op-een-na-minst-populaire eens in de twee jaar, de volgende eens per jaar, en ten slotte kunnen de twee meest populaire modules maar liefst elke maand worden vernieuwd.

“Wij bevelen ASML aan om eerst heel goed te inventariseren hoe sterk de vraag is naar de verschillende modules, voordat ze het optimale aantal modules bepalen”, aldus Resing.

Paarsgewijs testen

Omdat de testtijd zo snel blijkt toe te nemen bij meer modules, hebben de wiskundigen nagedacht over een slimme manier om die testtijd te beperken. Een handige truc blijkt het zogeheten paarsgewijs testen. Het is bekend dat de meeste softwareconflicten ontstaan door twee modules die na vernieuwing niet langer meer goed met elkaar kunnen samenwerken. Veel minder vaak komt het voor dat er softwareproblemen ontstaan doordat drie modules samen niet meer goed blijken te kunnen functioneren. Met die informatie valt het aantal tests flink terug te brengen.

Resing: “Dat betekent dat je niet langer elke nieuwe module tegen alle versies van alle andere modules hoeft te testen, maar dat je alleen nog maar naar paren van modules hoeft te kijken. Bijvoorbeeld alleen module 1 en 2, module 2 en 3, module 3 en 4, enzovoort. De test van bijvoorbeeld 1,2,3 of van 2,3,4, enzovoort, kun je allemaal weglaten. De kans dat het daar misgaat is immers klein in de praktijk.”

Stel dat drie modules elk drie versies hebben die in de afgelopen tijd op de markt zijn gekomen. Het testen van elke versie van een module tegen elke andere versie van elke andere module, levert dan 27 tests. Bij paarsgewijs testen blijven er maar negen test over. Bij vijf modules met elk vier versies brengt paarsgewijs testen het aantal tests zelfs terug van 1024 naar 23. De winst van slim testen is dus groot.

“Voor ons was het heel goed dat een groep wiskundigen met een heel andere blik tegen ons probleem aankijkt”, vertelt Joost Smits van ASML. Zuiver en alleen door op technische gronden naar de software te kijken, had ASML het vermoeden dat ze het hele pakket in drie stukken konden hakken, die elk afzonderlijk als module op de markt zouden kunnen verschijnen. Smits: “Dat is hetzelfde aantal als het resultaat van de studiegroep. Maar wij hadden daar totaal geen wiskundige onderbouwing voor. Het is mooi om te zien dat twee verschillende manieren van kijken hetzelfde resultaat opleveren. Op basis van

de wiskundige resultaten weten we nu ook dat het belangrijk is om meer gegevens te verzamelen over hoe vaak onze klanten een nieuwe versie willen hebben van een bepaalde module. Het eerste wat we gaan doen is om onze code, waarin alles met alles samenhangt, uiteen te rafelen in onafhankelijke stukken. Daarna kunnen we dan bekijken hoeveel modules we echt op de markt willen brengen.”

Internetreferenties:

www.asml.com

OP ZOEK NAAR LUCHTDICHTE VERPAKKINGSFOLIE

Dun plastic verpakkingsfolie beschermt bijvoorbeeld vleeswaren. Toch laat het altijd wel een beetje lucht door. Een nieuw idee is om in het folie een soort druppeltjes te stoppen die reageren met de langzaam doordringende lucht. Zo wordt het vlees nog beter afgeschermd tegen de bedervende buitenlucht.

Wie in de supermarkt een stuk kipfilet of een biefstukje koopt, kijkt eerst goed naar het vlees. Ziet het er wel goed uit? Een dun stukje plastic folie beschermt het vlees tegen de buitenlucht, die het vlees kan bederven. Het is een volledig doorzichtig, rekbaar plastic folie, vaak niet meer dan vijf honderdste millimeter dik. Chemieconcern DSM zoekt naar een manier om dit soort plastic verpakkingsmaterialen nog luchtdichter te maken.

Omdat de consument het vlees wil zien, moet het verpakkingsmateriaal volledig doorzichtig zijn. Helaas blijken dunne, doorzichtige verpakkingen in de praktijk ook sneller het zuurstof uit de lucht door te laten. Hoe meer zuurstof het verpakte product bereikt, hoe sneller het product bederft. Daar is niet eens zo veel zuurstof voor nodig. Voor veel producten is de toelaatbare zuurstofconcentratie niet groter dan tien deeltjes op een miljoen.



Het idee van DSM is nu om in het dunne verpakkingsfolie kleine, niet-zichtbare druppeltjes aan te brengen die reageren met het zuurstof. De druppeltjes—met afmetingen van tien nanometer of kleiner, en gemaakt van een polymeer—dienen zo als een afvangmateriaal. Zo moet er minder zuurstof het product bereiken dan zonder de druppeltjes. Bij een reactie van het afvangmateriaal met het zuurstof, verdwijnen zowel het zuurstof als het afvangmateriaal. Het is dus duidelijk dat het afvangmateriaal een keer op raakt. Gebeurt dat,

dan heeft de buitenlucht vrij spel en kan het er makkelijk doorheen. Maar het afvangmateriaal kan het proces wel lang vertragen. De houdbaarheidsdatum van het product wordt zo verlengd.

Grote vraag is nu welke verdeling van druppeltjes het beste werkt om het zuurstof af te vangen. Is het beter om overal in het folie evenveel afvangmateriaal te hebben? Of is het beter om meer afvangmateriaal aan de buitenkant te hebben, of juist aan de binnenkant, dicht tegen het product aan? En welke vorm moeten de druppeltjes hebben voor het optimaal afvangen?

Druppels dicht bij het product

DSM had zelf al een model opgesteld bestaande uit twee wiskundige vergelijkingen die aan elkaar gekoppeld zijn: eentje voor de concentratie zuurstof in het folie en eentje voor de concentratie afvangmateriaal. Beide concentraties hangen af van de plaats in het folie en van de tijd. Het oplossen van deze twee vergelijkingen bleek echter buitengewoon lastig. Voor de wiskundigen van de Studiegroep was het daarom de uitdaging om met eenvoudigere benaderingen toch nieuwe inzichten te krijgen over hoe DSM de luchtdichtheid van het folie kan verbeteren.

Wiskundige Simon van Mourik van de Universiteit Twente: “In een ééndimensionale analyse hebben we laten zien dat de tijd die het zuurstof nodig heeft om door het folie heen te dringen kwadratisch toeneemt met de diameter van de afvangdruppeltjes. Een twee maal zo breed druppeltje leidt dus tot een vier maal zo lange doordringingstijd van het zuurstof. Verder hangt die tijd lineair af van de hoeveelheid afvangdruppeltjes. Twee maal zoveel afvangmateriaal leidt tot een twee maal zo lange doordringingstijd.”

De doordringingstijd hangt ook lineair af van de afstand tussen de buitenkant van het folie en de druppeltjes. Ofwel: het is effectiever de druppeltjes zoveel mogelijk aan de kant van het product te plaatsen. Dat laat zowel de analytische benadering als de computersimulatie zien. De concentratie zuurstof in het folie neemt af als je van de buitenkant naar de productkant gaat. Idealiter zou er geen zuurstof bij het product komen, maar in de praktijk komt er altijd wel iets bij het product. Omdat aan de productkant van het folie altijd minder zuurstof zit dan aan de buitenkant van het folie, gaat het afvangmateriaal langer mee en is het effectiever in het tegenhouden van de zuurstof. Als je juist meer afvangmateriaal aan de buitenkant van het folie plaatst, dan reageert het sneller weg en kan de zuurstof sneller door het folie heendringen.

Deze resultaten kan DSM gebruiken om de optimale druppelgrootte, de optimale hoeveelheid en de optimale verdeling te bepalen. In principe werkt de druppelgrootte dus veel meer door in de doordringingstijd dan de hoeveelheid druppels en de plaats van de druppels. Druppelgrootte en druppelhoeveelheid kan DSM makkelijk tijdens het productieproces van het folie beïnvloeden. Waar de druppeltjes precies in het folie terecht komen, valt in het standaard productieproces echter niet te veranderen. Dat kan betekenen dat het handiger kan zijn om twee of meer lagen folie op elkaar te leggen, waarbij de folielaag

aan de productkant veel meer afvangmateriaal bevat dan de folielaag aan de buitenkant.

Maar hoe het werkelijke productieproces er het beste uit kan zien, zal ook afhangen van de productiekosten van het maken van grotere druppels, van het plaatsen van meer druppels en van het plaatsen van meer druppels aan de productkant van het folie.

Pannenkoeken beter dan sigaren

“We hebben ook tweedimensionale simulaties gedaan”, vertelt Van Mourik. “Tweedimensionale simulaties zijn zeer geschikt om te onderzoeken wat het effect is van de vorm van de druppeltjes. Is een ronde vorm beter, of juist een afgeplatte vorm? Kleine, langwerpige druppeltjes—een soort sigaarvorm—zijn effectiever in het afvangen dan ronde druppeltjes. Maar op hun beurt werken pannenkoekvormige druppeltjes, die met de platte kant parallel aan het folie liggen, weer effectiever dan sigaarvormige druppeltjes.”

Hoe kan dat? Een tot een pannenkoek gevormd druppeltje vormt door zijn grotere oppervlak een grotere barrière voor de zuurstof dan een rond druppeltje, dat een kleinere ‘vangoppervlak’ heeft. Het pannenkoekvormige druppeltje maakt zich als het ware breder dan het ronde druppeltje zodat er minder zuurstof langs kan.

Wanneer het folie wordt gemaakt, hebben de druppeltjes automatisch een ronde vorm. Maar tijdens de fabricage kan het folie worden uitgerekt. Uitrekken in één richting leidt tot sigaarvormige druppeltjes. Uitrekken in twee richtingen geeft pannenkoekvormige druppeltjes. Zo kan DSM de vorm van de afvangdruppeltjes beïnvloeden.

Multilaags-folie

Han Slot van DSM is enthousiast over de diversiteit van de aanpakken die de wiskundigen al in één week hebben verkend. “We waren zelf wel al bezig met modelleer- en experimenteerwerk, maar de resultaten van de studiegroep hebben ons een frisse nieuwe kijk gegeven. Ze helpen ons bij het interpreteren van de experimenten die we al hebben gedaan, en bij het opzetten van nieuwe experimenten. We weten nu beter wat we wel en wat we niet moeten doen.”

De minimale tijd dat een folie moet beschermen, zal sterk gaan afhangen van de toepassing, denkt Slot. Want DSM denkt aan een reeks van toepassingen. “Flexibele displays bijvoorbeeld, hebben ook vaak een bescherming tegen zuurstof in de lucht nodig. Dan heb je een bescherming van jaren nodig. Gaat het om verpakking van voedsel, dan praat je over een minimale beschermings-tijd van dagen tot maanden. Wil je voedsel nog langer verpakken, dan kies je voor blik en niet langer voor een folie.”

DSM had zelf al geëxperimenteerd met een multilaags-folie, waarbij aan de productkant het meeste afvangmateriaal zit. Slot: “De resultaten van de studiegroep hebben de voordelen van die aanpak bevestigd. Veel folies die

heden ten dage al worden gebruikt, werken trouwens ook al met meerdere lagen. Soms zelfs vijf tot zeven verschillende lagen. De concentratie afvangmateriaal binnen een folie laten afhangen van de plaats, is in de praktijk geen optie. Maar het maken van meerdere lagen dunne folie op elkaar, kan nu al makkelijk.”

Om heel concreet te helpen bij het ontwikkelen van een nieuw productieproces, moeten de modellen wel nog kwantitatiever worden, vertelt Slot. Ze moeten dichter bij de praktijk gaan aansluiten. “Maar dat kun je niet in een week voor elkaar krijgen. Dat is de reden dat we een promovendus verder naar de modellering van het probleem willen laten kijken. Er zijn nog veel vragen te beantwoorden. Uiteindelijk willen we de modellen echt kunnen valideren met onze experimenten.”

Slot verwacht dat het nog wel enige tijd zal duren eer dit soort actieve folies echt op de markt gaat verschijnen. “Het is een nieuwe ontwikkeling. Pas sinds kort is het in Europa toegestaan om met actieve kunststoffen als verpakkingsmaterialen te werken. In de VS mag dat al wat langer. Daar bestaan al kunststof bierflesjes waarin een afvangmateriaal is verwerkt.”

Internetreferenties:

www.dsm.com

ZOEKEN NAAR EEN NAALD IN EEN PROSTAAT

Voor een optimale behandeling van prostaatkanker moet een arts precies weten op welke plekken hij de naalden met radioactieve bronnen in de prostaat aanbrengt. Het ultrageluidbeeld dat hij daarvoor gebruikt, is vaak te vaag. Wiskunde moet te hulp schieten om het vage beeld op te poetsen en de arts te helpen de plaats van de naalden te herkennen.

Prostaatkanker wordt jaarlijks in Nederland bij zo'n zesduizend mannen vastgesteld. Tweederde van hen is ouder dan zeventig. De prostaat is een klier met de vorm en grootte van een flinke walnoot. Hij ligt om de plasbuis heen, onder de blaasuitgang. Het prostaatvocht vervoert de zaadcellen van de man, en is dus belangrijk voor zijn vruchtbaarheid. Bij de traditionele behandeling van prostaatkanker wordt de prostaat van buitenaf bestraald. Sinds vijf jaar bestaat er een nieuwe aanpak waarbij de prostaat juist van binnenuit wordt bestraald: brachytherapie (brachys is Grieks voor 'kort'; vanwege de korte afstand tussen de straler en de tumor).

Met twaalf tot dertig dunne, holle naalden brengt een arts kleine radioactieve korreltjes in de prostaat aan. De korrels zijn gemaakt van jodium of palladium, waarvan de radioactiviteit na ongeveer een half jaar voorbij is. Met elke naald brengt de arts typisch tussen twee en zes korrels in de prostaat aan. Tussen de korrels in zitten stukjes bio-afbreekbaar materiaal. Het houdt de korrels op de ideale afstanden uit elkaar. Eenmaal in de prostaat aangebracht, kan dit materiaal geen kwaad en breekt het op natuurlijke wijze langzaam af. Brachytherapie heeft vooral de voorkeur boven bestraling van buitenaf, wanneer de tumor nog niet is uitgezaaid en alleen nog in de prostaat zit.

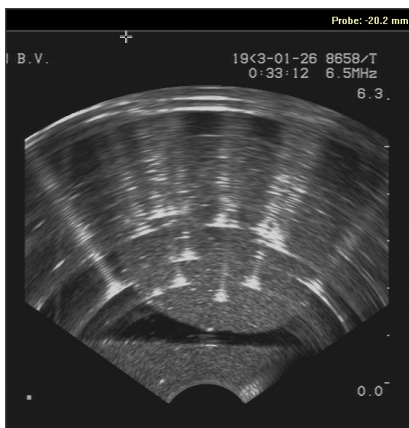
Door de korte afstand tussen de radioactieve bron en het tumorweefsel kan de radioactieve dosis kleiner zijn dan in de conventionele prostaatkankerbestraling. Dat levert beduidend minder beschadiging van het omliggende, gezonde weefsel dat ook altijd straling ontvangt. Een groot voordeel. Bovendien moet

een patiënt bij de bestraling van buitenaf terugkomen voor nieuwe bestralingen, soms tientallen keren. Bij bestraling van binnenuit is maar één keer nodig.

De arts brengt de korrels niet op willekeurige plekken in de prostaat aan. De prostaat zelf moet liefst overal met een gelijke dosis worden bestraald, maar de plasbuis, die midden door de prostaat loopt, moet juist zoveel mogelijk worden gespaard. Hetzelfde geldt voor het rectum, dat tegen de prostaat aan ligt. Om dat allemaal tegelijk voor elkaar te krijgen, worden van tevoren de optimale plekken berekend waar de naalden in de prostaat moeten uitkomen.

Echolocatie

De praktijk van de operatie is echter weerbarstig. De naalden zijn flexibel en zodra de arts ze in de prostaat steekt, kunnen ze gemakkelijk een beetje buigen. Daardoor volgen ze zelden het vooraf berekende, ideale pad in de prostaat. Met het aanbrengen van de eerste naald verandert zelfs de plek en de vorm van de prostaat een heel klein beetje. Daar heeft een volgende naald dan weer last van, want zijn 'ideale' pad klopt dan al niet meer. De vooraf berekende optimale positie van de radioactieve korrels valt in duigen.



Ultrageluidbeeld van de dwarsdoorsnede van de prostaat, met daarin dertien naalden. Zelfs voor een expert is het lastig om ze alle dertien te vinden.

Nucletron was als eerste in de wereld in staat om zo'n driedimensionaal beeld met ultrageluid te maken.

Het Nucletron-systeem bestaat uit 96 miniatuurzenders/ontvangers die hoogfrequent geluid uitzenden op de prostaat. De echo wordt opgevangen en gebruikt om te bepalen waar precies de naalden zitten. Op dezelfde manier gebruikt een onderzeeboot ultrageluid, terwijl in de natuur dolfijnen en vleermuizen zijn uitgerust met echolocatie.

Het echobeeld laat een vlak zien loodrecht op de in de prostaat gestoken naalden, die parallel aan elkaar liggen. Jeroen Schuurman van Nucletron: "De

De oplossing is dat de arts, telkens als hij een naald gaat inbrengen, kan kijken naar waar precies de eerder ingebrachte naalden zitten. Op basis daarvan berekent een computerprogramma een nieuwe optimale verdeling van de korrels, en op welke positie de arts de nieuwe naald moet inbrengen. Dat kijken gebeurt met ultrageluid, voor mensen niet hoorbaar geluid met een hoge frequentie. Het Nederlandse bedrijf Nucletron levert aan binnen- en buitenlandse ziekenhuizen een ultrageluidssysteem dat uit tweedimensionale beeldplakjes van de prostaat een driedimensionaal beeld creëert. Zo kan een arts de prostaat helemaal zien. Nucletron

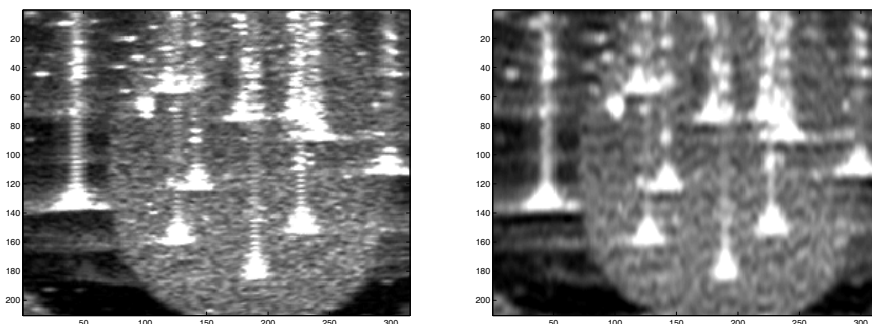
rand van de prostaat is goed zichtbaar, maar de positie van de naalden is vaag. Achter elke naald hangt een soort schaduw met een golfpatroon erin. Soms zijn die schaduwen zo hinderlijk dat de arts de naalden niet meer uit elkaar kan houden. Wij zoeken daarom naar een manier om het beeld zodanig op te schonen dat de positie van elke afzonderlijke naald goed zichtbaar is. Dat probleem hebben we aan de Studiegroep voorgelegd.”

Om het beeld op te schonen, is het goed eerst te weten waardoor de schaduwpatronen achter de naalden ontstaan. Is het een fysisch effect? Of is het een gevolg van de beeldverwerking? “Wij hebben enkele mogelijke fysische redenen onderzocht”, vertelt wiskunde Frits van Beckum van de Universiteit Twente. “Bijvoorbeeld een geluidsreflectie aan omliggende sensoren of het trillen van de naald. Maar die effecten bleken verwaarloosbaar klein. Waarschijnlijk ontstaat de beeldvertroebeling dus op een of andere manier in het proces van de beeldverwerking. Daarop zijn we ons vervolgens gaan richten.”

Opschoontrucs

Dat de hinderlijke schaduwen achter de naalden een golfpatroon vertonen, laat zien dat de verstoring periodiek is. Er zit een zich herhalend patroon in. Periodieke signalen laten zich handiger analyseren in de wereld van frequenties, in plaats van in de ‘gewone’ wereld van plaats en tijd. Om een signaal in de ‘gewone’ wereld om te zetten in de frequentiewereld, is een wiskundige truc nodig die Fouriertransformatie heet. Dit is een heel handige methode om het echte signaal te onderscheiden van de verstoring. De verstoring heeft namelijk typisch een veel hogere frequentie dan het echte signaal. Van Beckum: “De verwachting is nu dat we in het Fouriergetransformeerde beeld die opmerkelijke frequenties van de schaduwpatronen makkelijk zullen herkennen en vervolgens uit het totale signaal kunnen verwijderen. Opschonen in de frequentiewereld werkt voor deze golvende schaduwen makkelijker dan in de gewone wereld.”

Voor het opschonen kan beginnen, maken de wiskundigen eerst nog even een nieuw beeld. In dit nieuwe beeld lopen de schaduwen van de naalden

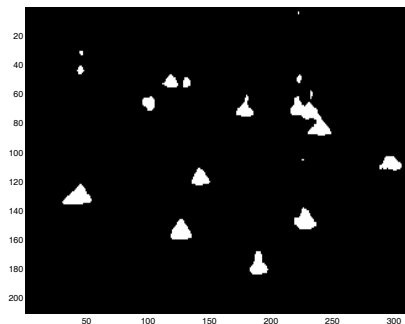


Ultrageluidbeeld in het nieuwe coördinatenstelsel (links) en het opgeschoonde beeld na Fouriertransformatie

niet langer als de spaken in een wiel van binnen naar buiten, maar worden ze rechttop gezet. Dat rekt namelijk makkelijker bij de Fouriertransformatie, die dan nog maar in één richting hoeft te worden gedaan, in plaats van in twee.

Het is eenzelfde soort truc als het afbeelden van het bolvormige aardoppervlak op een platte kaart. Het ene coördinatenstelsel wordt omgezet in een ander coördinatenstelsel. Verschillende ruimtelijke werelden hebben elk hun eigen handigste manier om punten in die wereld te beschrijven. In het platte vlak van dit stuk papier kunnen we punten van een rechthoekige afbeelding het makkelijkste beschrijven met twee coördinaatassen die loodrecht op elkaar staan, een x -as en een y -as. Maar stel dat we de spaken van een fietswiel in het platte vlak willen beschrijven, dan kunnen we dat beter niet doen in de (x, y) -wereld. Veel handiger is het dan als we de afstand vanaf de as gebruiken, en de hoek die de spaak maakt met de horizontaal.

“Na de opschoning transformeren we het beeld in de frequentiewereld weer terug naar de gewone wereld”, legt Van Beckum uit. “Om de naalden in het nieuwe beeld makkelijk zichtbaar te maken, hebben we een andere truc gebruikt. Het gewone beeld bestaat uit pixels met allemaal verschillende grijs-tinten. Dat beeld hebben we omgezet in een zwart-wit-beeld. We geven één drempelwaarde aan, ofwel één grijs-tint. Alles wat donkerder is, wordt zwart, alles wat lichter is, wordt wit. De overgebleven witte vlekken van het zwart-witbeeld geven precies aan waar de naalden zitten.”



Het opgeschoonde beeld van de naalden in de prostaat na alle wiskundige bewerkingen.

Alle trucs bij elkaar maken het makkelijker om de positie van de naalden te bepalen. “Toch is dit nog niet de ideale oplossing”, vindt Van Beckum. “Het succes van de laatste stap hangt erg af van welke drempelwaarde je aanlegt. Maak je het te zwart, dan verdonkeremaan je al snel een of meer naalden. Hou je het te licht, dan heb je misschien meer witte vlekken dan er naalden zijn. We hadden zelf betere resultaten verwacht dan de trukendoos uiteindelijk opleverde.”

Automatische naaldherkenning

Nucletron is wel degelijk tevreden met de resultaten, vertelt Jeroen Schuurman van het bedrijf. “Het is een heel stuk beter dan wat we nu hebben. Maar het is inderdaad wel zo dat in moeilijke situaties, als naalden bijvoorbeeld dicht tegen elkaar aan zitten, het opschonen nog steeds niet goed genoeg werkt. Toch zijn we van plan om de huidige software op basis van de aanbevelingen van de Studiegroep uit te breiden. Voor ons is het automatisch vinden van de positie van de naalden het belangrijkste. Als dat in een stuk software gebeurt, dan scheelt dat veel tijd. Dan kunnen we sneller een nieuwe dosisberekening maken en duurt de hele ingreep voor de patiënt korter. Het verbeteren van het beeld zelf, vinden we iets minder belangrijk. Die methode werkt nog niet goed genoeg.”

Of de hinderlijke schaduwen op het beeld achter de naalden een natuurkundig effect zijn of iets dat alleen in de beeldverwerking zit, blijft voor Schuurman echter nog een open vraag. “Daar is eigenlijk nog steeds geen afdoende antwoord op gegeven. Maar om onze imagingsoftware te verbeteren hoeven we daar ook niet perse een antwoord op. We zijn al blij met de huidige resultaten.”

Internetreferenties:

www.nucletron.nl

www.brachytherapie.nl Informatie over brachytherapie

www.prostaat.nl/content/prostaat/tum_inleiding.asp Over prostaatkanker

www.kennislink.nl/web/show?id=90541 Ultrageluid voor het maken van afbeeldingen: echografie

RODDELENDE BRANDDETECTOREN

Een netwerk van draadloos pratende sensoren houdt in een bos in de gaten of er ergens een bosbrand uitbreekt. Gebeurt dat, dan moet het netwerk zo snel mogelijk een waarschuwingssignaal doorgeven aan een basisstation. Wat is de kans dat dit signaal het basisstation bereikt en hoe snel gaat dat? Wiskunde moet helpen een betrouwbaarder netwerk te maken.

Hoe kun je in een gigantisch bos snel en goedkoop detecteren of er ergens een bosbrand uitbreekt? Het Nederlandse elektronica- en IT-bedrijf Chess werkt aan de ontwikkeling van een netwerk van goedkope, draadloze sensoren voor deze en vergelijkbare toepassingen waarin een signaal door een draadloos sensornetwerk bij een basisstation moet aankomen.

Het idee is eenvoudig. Leg met een bepaalde regelmaat een draadloos netwerk van sensoren in het bos aan. Stel er breekt ergens brand uit. De dichtstbijzijnde sensor merkt dit aan de sterk toegenomen temperatuur. Hij geeft een radiosignaal door aan zijn buursensor: ‘er is brand bij mij in de buurt’. Deze sensor doet hetzelfde, en uiteindelijk moet het brandsignaal snel genoeg aankomen bij een basisstation aan de rand van het bos. Dat signaal moet de informatie hebben dat er brand is, op welke plek dat is gebeurd, en hoe laat. Om energie te sparen staan de sensoren korte tijd in de slaapstand. Daarna worden ze allemaal tegelijk even wakker, kijken of er een brandbericht binnenkomt en sturen eventueel een bericht naar de burens. Vervolgens keren ze weer voor even terug in de slaapstand.

“Onze centrale vraag aan de wiskundigen was hoe je een optimaal systeem van roddelende sensoren ontwerpt”, legt Bert Bos van Chess uit. “Komt het brandsignaal wel altijd aan? Hoe snel komt het signaal aan bij het basisstation?”

De oorsprong van het concept van de roddelende sensoren die het bedrijf gebruikt, ligt in een technologie die ‘Gossip’ heet, ontwikkeld door Maarten van Steen aan de Vrije Universiteit in Amsterdam.



De eerste concrete toepassing van een draadloos sensorsysteem is voor een beurs waar veel bezoekers rondlopen. Elke bezoeker heeft een badge met een sensor. Als je op zoek bent naar een bepaald persoon op die beurs, dan kun je het netwerk gebruiken om te vinden waar die persoon rondloopt.

Brand op meerdere plekken tegelijk

Het netwerk van goedkope, roddelende sensoren zal niet ideaal zijn. Een goed ontwerp moet daarom rekening houden met wat er allemaal mis kan gaan. Niet elke sensor hoeft te werken. De batterij kan leeg zijn, of de sensor zelf kan kapot zijn. Desondanks wil je dat het systeem als geheel nog steeds in staat is een brand te detecteren. Verder kan het zo zijn dat een uitgezonden bericht niet goed wordt opgepikt door een buursensor. De communicatie kan misgaan, ook als beide sensoren werken.

Verder kan een bosbrand op meerdere plekken uitbreken. Idealiter wil je dan dat er bij het basisstation signalen aankomen die vertellen op welke plekken en op welke tijden de verschillende branden zijn uitgebroken. De sensoren hebben echter maar een beperkt geheugen en kunnen dus niet een groot aantal berichten onthouden en doorsturen. Ze moeten kiezen welke berichten ze wel doorsturen en welke niet. En ook welke berichten ze uit hun geheugen wissen omdat anders de hoeveelheid informatie niet meer past. Wat is daarvoor de optimale strategie?

Omdat de sensoren goedkoop moeten zijn, zullen ze ook goedkope batterijen hebben. Daarmee zijn ze beperkt in hoe ver ze het draadloze radiosignaal kunnen sturen. Hoe verder een sensor zijn informatie wil sturen, hoe meer energie dat kost. In het eenvoudigste en goedkoopste geval stuurt elke sensor zijn signaal alleen naar de directe burens. Een sensor weet zelf niet waar hij in het netwerk zit, en ook niet waar het basisstation zich bevindt. Ze sturen dus eigenlijk blindelings informatie rond. Bij de brandmelding moet wel duidelijk worden welke sensor, op welke locatie de brand opmerkt.

Om uit te vinden hoe je het beste een optimaal netwerk van roddelende sensoren ontwerpt, hebben de wiskundigen twee aanpakken onderzocht. Misja

Nuijens van de Vrije Universiteit in Amsterdam: “In een analytische aanpak hebben we geprobeerd een formule te vinden die aangeeft hoe goed het netwerk communiceert. Zo’n formule vind je echter alleen maar voor het eenvoudige geval dat je een ééndimensionale rij van sensoren hebt. De formule die we zo hebben afgeleid, vertelt hoe de verwachte tijd van een signaal om aan te komen bij het basisstation, afhangt van de kans dat de communicatie tussen twee sensoren werkt en van de afstand tot het basisstation.”

Neem je de meer realistische situatie van een tweedimensionaal netwerk, dan wordt het probleem te moeilijk voor een analytische benadering. Dan heb je een computersimulatie van het netwerk nodig. Beide aanpakken vullen elkaar echter aan. De analytische aanpak levert een inzicht dat de computersimulatie niet kan leveren, en andersom. De computersimulatie is wel het meeste geschikt om inzicht te geven in de complexe praktijk.

Optimale geheugenstrategie

Een ander deel van de wiskundige analyse richtte zich op de optimale geheugenstrategie voor de sensoren. Een sensor heeft maar een beperkt geheugen en kan niet alle boodschappen onthouden. Een voor de hand liggende strategie lijkt dat elke sensor de oudste boodschap weggooit om geheugenruimte vrij te maken voor een nieuwe boodschap. “Die strategie blijkt echter niet goed te werken”, vertelt Nuijens. “In het geval er op twee plekken brand uitbreekt, waarvan er eentje dicht bij het basisstation ligt, en de ander ver weg van het basisstation, blijkt het brandsignaal dat van ver weg moet komen niet aan te komen. En dat wil je juist wel. Beide brandsignalen moeten aankomen.”

Een veel betere strategie blijkt om een willekeurige keuze uit de berichten te nemen. Stel dat er op meerdere plekken branden optreden dan er plaats is in het sensorgeheugen. Dan is het beter dat een sensor op een willekeurige manier kiest welke berichten hij doorgeeft, dan om steeds het oudste bericht weg te gooien.

Deze strategie kan nog verder worden verbeterd. Wanneer ergens een brand optreedt, zal de sensor die dit meet keer op keer hetzelfde brandsignaal naar zijn bureaus zenden. Maar die bureaus weten na de eerste boodschap al lang dat er brand is. “Een nog betere strategie is daarom om een nieuwe boodschap een lagere prioriteit te geven als de sensor daarvoor al hetzelfde signaal ontving van dezelfde buur”, aldus Nuijens. “Op deze manier komt het brandsignaal nog sneller aan bij het basisstation, zo blijkt.”

Vergroot het bereik van de sensoren

De computersimulaties laten ook zien dat als sensoren een signaal sturen over een groter bereik, het brandsignaal een grotere kans heeft aan te komen bij het basisstation. Alleen kost het meer energie en dus meer geld om een sensor over een grotere afstand te laten communiceren. Afhankelijk van hoe snel het

signaal moet aankomen bij het basisstation, kan het nuttig zijn te investeren in sensoren met een groter bereik.

Ook blijkt het uit te maken volgens welk rooster de sensoren in het platte vlak worden verdeeld. Voor de hand ligt natuurlijk een rechthoekig rooster. In dit rooster kan elke sensor met vier andere sensoren praten. Maar computersimulaties laten duidelijk zien dat een hexagonaal rooster (elke sensor heeft dan zes andere sensoren) een veel betere prestatie levert dan een rechthoekig rooster. In een hexagonaal rooster komt het brandsignaal sneller aan en bovendien is het netwerk dan beter bestand tegen storingen zoals het uitvallen van sensoren of het mislopen van communicatie tussen twee sensoren.

De vraag hoe het optimale roddelende sensornetwerk eruit ziet, hangt sterk af van hoe belangrijk het is hoe snel een signaal aankomt bij het basisstation en van hoeveel het netwerk mag kosten. Een snelle communicatie die ongevoelig is voor storingen zal immers een stuk duurder uitvallen dan een langzame communicatie die ook af en toe mag falen.

Handige vragenlijst voor de klant

De eerste concrete toepassing van een draadloos sensorsysteem staat voor eind 2006 gepland, vertelt Bert Bos van Chess: “Niet voor de detectie van bosbranden, maar voor een beurs waar veel bezoekers rondlopen. Elke bezoeker heeft een badge met een sensor. Als je op zoek bent naar een bepaald persoon op die beurs, dan kun je het netwerk gebruiken om te vinden waar die persoon rondloopt. Dat wordt het eerste concrete experiment met een toepassing. We zijn bezig met verschillende mogelijke toepassingen.”

Behalve bosbranddetectie, kan het bijvoorbeeld gaan om het detecteren van een gaslek in een huis, een vuilnisphaalsysteem dat in de stad in de gaten houdt wanneer vuilniscontainers in de stad bijna vol zijn, of een netwerk van geluidsdetectoren dat bijvoorbeeld de geluidsoverschrijding rondom een vliegveld in de gaten houdt.

De wiskundige analyse heeft laten zien welke aspecten cruciaal zijn in een netwerk van roddelende sensoren. Nuijens: “Wij geven als aanbeveling dat Chess aan de hand van die analyse een vragenlijst voor de klant kan opstellen om erachter te komen hoe belangrijk de diverse aspecten zijn in de specifieke toepassing van de klant.”

Hoe belangrijk is het dat het signaal snel aankomt? Bij een bosbrand is dat essentieel. Bij een netwerk dat de geluidsoverschrijding rondom Schiphol in de gaten moet houden, is snelheid niet van belang. Hoe goed moet de sensor zijn, en wat mag het kosten? Een sensor die niet alleen een draadloos signaal aan de naaste buur doorgeeft maar ook aan de tweede buur, of nog verder weg, moet over een krachtigere batterij beschikken. Dat kan, maar dan wordt de sensor duurder. De wiskundige analyse kan laten zien hoe de kosten-batenanalyse voor de specifieke toepassing van de klant uitvalt.

“Wij hebben inmiddels de financiering rond om met een aantal partners uit het midden- en kleinbedrijf een netwerk van zo'n tienduizend sensoren te

bouwen”, vertelt Bos. “Daar kunnen we dan realistische experimenten mee doen. Veel beter dan het netwerkje van enkele tientallen sensoren dat we tot nu toe hebben gebruikt. Dat kleine netwerk hebben we vooral gebruikt om te kijken hoe de communicatie tussen de sensoren werkt.”

Bos is vooral blij met de formule die de wiskundigen hebben afgeleid voor de betrouwbaarheid van het netwerk: “Tot nu toe hadden we alleen computersimulaties, maar geen concrete formule. Met die formule kunnen we de betrouwbaarheid beter onderbouwen. Ook kunnen we daarmee potentiële klanten beter overtuigen.”

Het bedrijf gaat waarschijnlijk ook de aanbeveling overnemen om een sensor niet alleen te laten praten met zijn naaste burens, maar het bereik iets groter te maken. Bos: “Met niet al te veel extra kosten, vergroot dat de betrouwbaarheid van het netwerk flink.”

Internetreferenties:

www.chess.nl